

סוכה העשויה ככבשן (סוכה ז:)

הגמרא

אמר ר' יוחנן סוכה העשויה ככבשן אם יש בהקיפה כדי לישב בה כ"ד בני אדם כשרה ואם לאו פסולה.

כמאן כרבי דאמר כל סוכה שאין בה ארבע אמות על ארבע אמות פסולה מכדי גברא באמתא יתיב.

רבנן דקיסרי ואמרי לה דייני דקיסרי אמרי עיגולא דנפיק מגו ריבועא רבעא. ריבועא דנפיק מגו עיגולא פלגא.

הקושי

התלבטו בגמרא, בראשונים והאחרונים בביאור שיטת ר' יוחנן ושיטת רבנן/דייני דקיסרי. ובאמת קשה להבין מציאות שבה ההיקף של המעגל החוסם יקיים את היחסים המתוארים

סביר להניח שהחכמים הנ"ל ידעו היטב את החישובים הגאומטריים הנדרשים ולכן סביר להניח שהם התכוונו למשהו אחר.

הפתרון המוצע

הכלל שקבעו רבנן/דייני דקיסרי הוא נכון מתמטית אם מתייחסים לשטח של המעגל החוסם.

המעגל החסום

שטח (וכן ההיקף) של המעגל החסום בתוך ריבוע, הוא שטח הריבוע פחות רביע מהשטח של הריבוע.

שטחו של ריבוע שצלעו 4 הוא $4 \times 4 = 16$

הרדיוס של המעגל החסום הוא 2 ו- $\pi = 3$

שטחו של המעגל החסום הוא $2^2 \times 3 = 12$

ההפרש 4 כלומר רבע משטח הריבוע

המעגל החסום

שטח (ולא ההיקף) המעגל החסום את הריבוע, הוא שטח הריבוע ועוד חצי (מהשטח של הריבוע)

שטחו של ריבוע החסום שצלעו 4 הוא $4 \times 4 = 16$

הרדיוס של המעגל החסום הוא $2 \times \sqrt{2}$ ו- $\pi = 3$

שטחו של המעגל החסום הוא $(2 \times \sqrt{2})^2 \times 3 = 24$

ההפרש 8 כלומר חצי משטח הריבוע החסום.

שיטת ר' יוחנן

בדוחק ניתן להכניס את ההסבר הנ"ל גם בלשונו של ר' יוחנן שדיבר על סוכה העשויה ככבשן שיש בשטחה מקום ל-24 בני אדם כשכל אחד יושב באמה על אמה. (קשה כי המילה "בהיקפה" מלמדת שדיבר לכאורה על ההיקף ולא על השטח).